

## UVOD U MODERNU FIZIKU

## 1. KOLOKVIJ – GRUPA A

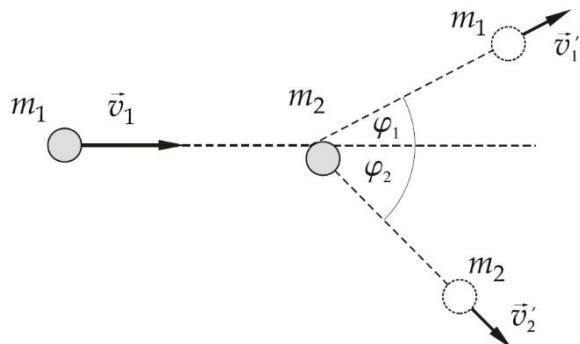
Ime i prezime \_\_\_\_\_ Grupa (Vježbe G1 ili G2) \_\_\_\_\_ Broj bodova \_\_\_\_\_

Upute za pisanje kolokvija:

- Pri rješavanju zadataka pazite na zapis *fizikalnih veličina* (**iznos** i **mjerna jedinica**).
- Konačni rezultat zaokružite na **dvije decimale**.
- U zagradi pored zadatka je broj bodova.
- Za prolazak je potrebno skupiti **minimalno 10 bodova** od ukupno 32 boda.

**Zadatak 1** (5 bodova): Automobil se giba stalnom brzinom  $v_0 = 72 \text{ kmh}^{-1}$ , te najednom počne kočiti i nakon  $5,2 \text{ s}$  kočenja prijeđe dvostruko dulji put od onog kojeg je prešao u prvih  $2,1 \text{ s}$  kočenja. Izračunaj usporenje(deceleraciju) automobila. Nakon kojeg vremena će automobil stati?

**Zadatak 2** (6 bodova): Biljarska kugla nalijeće na drugu mirujuću biljarsku kuglu iste mase, brzinom  $6 \text{ ms}^{-1}$ . Prvoj se kugli nakon sudara smanjila brzina na  $4 \text{ ms}^{-1}$ , a druga se kugla nakon sudara počela gibati pod kutom  $\varphi_2 = 41,81^\circ$ . Odredite smjer prve kugle i brzinu druge kugle! Zanemarite trenje između biljarskih kugli i stola te pretpostavite da je sudar savršeno elastičan.



**Zadatak 3** (5 bodova): Superbrzi automobil prođe pored nas brzinom  $v = 0,56 c$ . Izmjerimo mu duljinu  $5,8 \text{ m}$  i visinu  $1,2 \text{ m}$ . Koliko iznose duljina i visina u vlastitom sustavu automobila?

**Zadatak 4** (5 bodova): Uteg mase  $m$  titra na opruzi periodom  $T = 1 \text{ s}$  i amplitudom  $A = 0,2 \text{ m}$ . Pomoću zakona očuvanja energije odredite brzinu utega pri elongaciji koja je jednaka polovini amplitude.

**Zadatak 5** (5 bodova): Izvor zvuka frekvencija  $f = 4000 \text{ Hz}$ , udaljava se od promatrača brzinom  $40\%$  manjom od brzine zvuka. Koliku frekvenciju čuje taj promatrač?

**Zadatak 6** (6 bodova): Dva vala jednakih amplituda  $A = 10 \text{ cm}$ , valnih duljina  $\lambda = 50 \text{ cm}$  i brzina širenja  $v$ , šire se istim pravcem s geometrijskom razlikom hoda  $\delta = 25 \text{ cm}$ . Izračunajte

- kolika je fazna razlika između ta dva vala?
- koliko iznosi rezultantna amplituda?

## UVOD U MODERNU FIZIKU

## 1. KOLOKVIJ – GRUPA B

Ime i prezime \_\_\_\_\_

Grupa (Vježbe G1 ili G2) \_\_\_\_\_

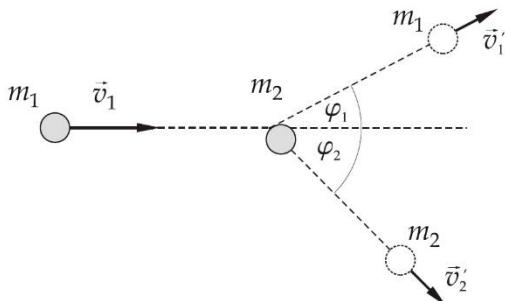
Broj bodova \_\_\_\_\_

Upute za pisanje kolokvija:

- Pri rješavanju zadataka pazite na zapis *fizikalnih veličina* (**iznos** i **mjerna jedinica**).
- Konačni rezultat zaokružite na **dvije decimale**.
- U zagradi pored zadatka je broj bodova.
- Za prolazak je potrebno skupiti **minimalno 10 bodova** od ukupno 32 boda.

**Zadatak 1** (5 bodova): Automobil se giba stalnom brzinom  $v_0 = 36 \text{ kmh}^{-1}$ , te najednom počne ubrzavati i nakon 3,2 s ubrzavanja prijeđe 70% dulji put od onog kojeg je prešao u prvih 2,3 s ubrzavanja. Izračunaj ubrzanje automobila. Koliki put će automobil prevaliti nakon 5 s ubrzavanja?

**Zadatak 2** (6 bodova): Biljarska kugla nalijeće na drugu mirujuću biljarsku kuglu dvostruko veće mase, brzinom  $4 \text{ ms}^{-1}$ . Ako je prva kugla nakon sudara promjenila smjer gibanja za  $\varphi_1 = 30^\circ$  i smanjila brzinu na  $3 \text{ ms}^{-1}$ , odredite smjer i brzinu druge kugle! Zanemarite trenje između biljarskih kugli i stola te prepostavite da je sudar savršeno elastičan.



**Zadatak 3** (5 bodova): Pri kolikoj brzini rakete vremenski interval za promatrača na Zemlji postaje 75% dulji od vlastitog vremenskog intervala?

**Zadatak 4** (5 bodova): Utg mase  $m$  titra na opruzi periodom  $T = 1 \text{ s}$  i amplitudom  $A = 0,2 \text{ m}$ . Pomoću jednadžbe titranja jednostavnog harmonijskog oscilatora odredite brzinu utega pri elongaciji koja je jednaka polovini amplitude.

**Zadatak 5** (5 bodova): Dječak stoji na autobusnoj stanici te se prema njemu približavaju kola Hitne pomoći brzinom  $108 \text{ kmh}^{-1}$ . Ako je frekvencija emitiranog zvuka  $f = 10\,000 \text{ Hz}$ , koliku će frekvenciju zvuka čuti dječak? Brzina zvuka je  $v_z = 340 \text{ ms}^{-1}$ .

**Zadatak 6** (6 bodova): Superpozicijom sinusnog vala

$$s_1(x, t) = 10 \text{ cm} \sin\left(5 \text{ s}^{-1} \cdot t - \frac{1}{10} \text{ cm}^{-1} \cdot x\right)$$

i pripadnog mu drugog vala  $s_2(x, t)$ , formirao se stojni val. Čvor titranja je u točki  $x_1 = 15 \text{ cm}$ . Kako glasi potpuna jednadžba vala  $s_2(x, t)$  kojeg smo pribrojili valu  $s_1(x, t)$ ?

## UVOD U MODERNU FIZIKU

## 2. KOLOKVIJ – GRUPA A

Ime i prezime \_\_\_\_\_

Grupa (Vježbe G1 ili G2) \_\_\_\_\_

Broj bodova \_\_\_\_\_

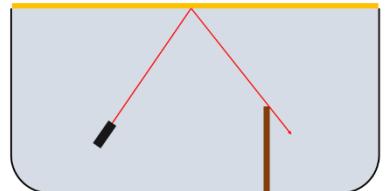
Upute za pisanje kolokvija:

- Pri rješavanju zadataka pazite na zapis *fizikalnih veličina* (**iznos i mjerna jedinica**).
- Konačni rezultat zaokružite na **dvije decimale**.
- U zagradi pored zadatka je broj bodova.
- Za prolazak je potrebno skupiti **minimalno 10 bodova** od ukupno 32 boda.

**Zadatak 1** (6 bodova): U idealnom titrajnem krugu nalazi se zavojnica induktiviteta  $L = 0,2 \text{ H}$  i kondenzator kapaciteta  $C = 5 \mu\text{F}$ . Maksimalna struja koja protječe zavojnicom je  $I_0 = 2 \text{ A}$ .

- Koliki je maksimalni naboј na kondenzatoru,  $Q_0$ ?
- Koliki je naboј na kondenzatoru u trenutku kada je jakost struje  $1 \text{ A}$ ?
- Nađite funkciju ovisnosti naboјa na kondenzatoru u vremenu, ako je u početnom trenutku kondenzator bio nabijen pozitivnim naboјem  $Q_0$  i onda spojen u krug! Početna faza je  $\varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$ .
- Kolika je jakost struje u trenutku  $t = 1 \text{ ms}$ ?

**Zadatak 2** (5 bodova): Laserska zraka ispaljena ispod površine jezera ( $n_v = 1,33$ ) totalno se reflektira na granici sa uljem ( $n_u = 1,2$ ) razlivenim na površini jezera, te pada na vertikalni stup visine 2 m. Kolika će biti duljina njegove sjene?



**Zadatak 3** (5 bodova): Za koliko će biti pomaknuta slova ako ih čitamo kroz staklenu planparalelnu ploču debljine 10 cm i pritom gledamo pod kutom  $45^\circ$  prema okomici? Indeks loma stakla je 1,5.

**Zadatak 4** (5 bodova): Koliki je polumjer  $n$ -te staze elektrona u atomu vodika ako je poznato da pri prijelazu na niže energijsko stanje  $m = 2$  ovaj atom emitira fotone valne duljine 411 nm?

**Zadatak 5** (5 bodova): U vodu ( $n = 1,33$ ) uronjena je planparalelna ploča od materijala sa indeksom loma 1,7. Na površinu vode upada zraka prirodne svjetlosti pod kutom polarizacije. Koliki kut mora zatvarati planparalelna ploča s površinom vode da zraka svjetlosti, reflektirana od te ploče, bude totalno polarizirana?

**Zadatak 6** (6 bodova): Magnetsko polje monokromatskog ravnog vala u vakuumu je zadano slijedećim izrazom:

$$\vec{B} = \vec{i} 9 \cdot 10^{-9} \text{T} \sin \left[ \pi \cdot 10^{15} \text{s}^{-1} \left( t - \frac{y}{3 \cdot 10^8 \text{ms}^{-1}} \right) \right]$$

- Odredite frekvenciju, valnu duljinu, valni broj, brzinu i smjer širenja EM vala.
- Odredite izraz za pridruženo električno polje  $\vec{E}$ ?

## UVOD U MODERNU FIZIKU

## 2. KOLOKVIJ – GRUPA B

Ime i prezime \_\_\_\_\_

Grupa (Vježbe G1 ili G2) \_\_\_\_\_

Broj bodova \_\_\_\_\_

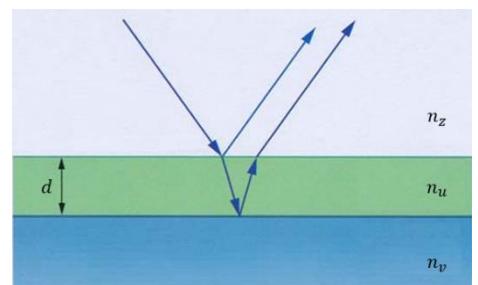
Upute za pisanje kolokvija:

- Pri rješavanju zadataka pazite na zapis *fizikalnih veličina* (**iznos i mjerna jedinica**).
- Konačni rezultat zaokružite na **dvije decimale**.
- U zagradi pored zadatka je broj bodova.
- Za prolazak je potrebno skupiti **minimalno 10 bodova** od ukupno 32 boda.

**Zadatak 1** (5 bodova): Kolika je valna duljina elektromagnetskog vala u vakuumu čija je frekvencija  $6 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ ? U koji spektar spadaju? Kolike su frekvencija, brzina širenja vala i valna duljina tog vala u nemagnetskom sredstvu relativne permitivnosti  $\epsilon_r = 4$ ?

**Zadatak 2** (5 bodova): Kod Youngova pokusa udaljenost pukotina je 4 mm, a udaljenost pukotina od zastora na kojem se promatraju pruge interferencije jest 1,6 m. Udaljenost prve svjetle pruge od centralne pruge je 2 mm. Kolika je duljina vala  $\lambda$  ako je upotrijebljena monokromatska svjetlost?

**Zadatak 3** (6 bodova): Na tanki sloj ulja ( $n_u = 1,25$ ) razlichenog na vodi ( $n_v = 1,33$ ) upada bijela svjetlost pod kutom  $55^\circ$  i djelomično se reflektira s gornje i s kontaktne površine. Pri kojoj će minimalnoj debljini sloja ulja crvena svjetlost biti maksimalno pojačana ( $\lambda = 700 \text{ nm}$ )?



**Zadatak 4** (5 bodova): Na visini od  $h = 200 \text{ m}$  želimo postaviti optički kabel tj. svjetlovod od polimernog materijala ( $n_2 = 1,15$ ). Indeks loma zraka mijenja se u ovisnosti o nadmorskoj visini po zakonu  $n_1 = 1 + 0,00029 e^{-\frac{h}{7000 \text{ m}}}$ . Pod kojim kutom u odnosu na os kabela mora upasti svjetlost da bi se svjetlosni snop njime širio kao svjetlovodom? Nacrtajte sliku i objasnite rezultate!

**Zadatak 5** (5 bodova): Koliko pukotina na jednom milimetru duljine ima optička rešetka ako se zelena živina linija ( $\lambda = 5,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ ) vidi u spektru prvog reda pod kutom  $25^\circ 36'$ ?

**Zadatak 6** (6 bodova): Atomi vodika koji se nalaze u osnovnom energijskom stanju pobuđuju se ultraljubičastim (UV) zračenjem, zbog čega emitiraju 6 spektralnih linija.

- Izračunajte valnu duljinu upadnog ultraljubičastog zračenja.
- Izračunajte i valne duljine emitiranog zračenja (valne duljine svih 6 emitiranih spektralnih linija).

# 1. KOLOKVIJ - GRUPA A

1.

$$v_0 = 72 \text{ km/h} = 72 \cdot \frac{1000}{3600} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$$

$$t_1 = 2,1 \text{ s}$$

$$t_2 = 5,2 \text{ s}$$

$$\underline{D_2 = 2 D_1}$$

$$a) a = ? \quad (a < 0)$$

$$b) t_3(v=0) = ?$$

$$a) \left. \begin{array}{l} D_1 = D_0 + v_0 \cdot t_1 + a \cdot \frac{t_1^2}{2} \\ D_2 = D_0 + v_0 \cdot t_2 + a \cdot \frac{t_2^2}{2} \end{array} \right\}$$

$$D_2 = 2 D_1 \\ v_0^2 + v_0 t_2 + a \frac{t_2^2}{2} = 2(v_0^2 + v_0 t_1 + a \frac{t_1^2}{2})$$

$$v_0 t_2 + a \frac{t_2^2}{2} = 2 v_0 t_1 + a t_1^2$$

$$a \left( \frac{t_2^2}{2} - t_1^2 \right) = v_0 (2 t_1 - t_2) / (...)$$

$$a = v_0 \cdot \frac{(2 t_1 - t_2)}{\left( \frac{t_2^2}{2} - t_1^2 \right)}$$

$$a = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{2 \cdot 2,1 \text{ s} - 5,2 \text{ s}}{\frac{(5,2 \text{ s})^2}{2} - (2,1 \text{ s})^2}$$

$$\boxed{a = -2,195 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$b) v = v_0 + a \cdot t_3 = 0 / : a$$

$$\boxed{t_3 = -\frac{v_0}{a} = \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2,195 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 9,112 \text{ s}}$$

[2]

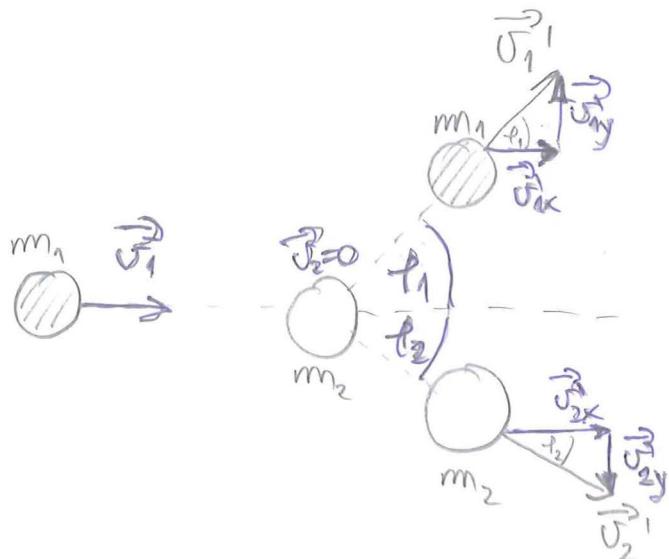
$$m_1 = m_2 = m$$

$$v_1 = 6 \text{ m/s}, \quad v_2 = 0 \text{ m/s}$$

$$v_1' = 4 \text{ m/s}$$

$$\varphi_2 = 49,81^\circ$$

$$\varphi_1 = ? \quad v_2' = 0$$



ZOKG:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$$

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2' \quad /: m = m_1 = m_2$$

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_1' + \vec{v}_2'$$

$$v_{1x} = v_{1x}' + v_{2x}'$$

$$v_{1y} = v_{1y}' - v_{2y}'$$

$$v_1 = v_1' \cdot \cos(\varphi_1) + (v_2') \cos \varphi_2$$

$$0 = v_1' \cdot \sin(\varphi_1) - (v_2') \sin \varphi_2$$

$$v_1' \cdot \cos \varphi_1 = v_1 - v_2' \cdot \cos \varphi_2 /^2$$

$$v_1' \cdot \sin \varphi_1 = v_2' \cdot \sin \varphi_2 /^2$$

$$(v_1')^2 = (v_1)^2 - 2v_1 v_2' \cdot \cos \varphi_2 + (v_2')^2 \cos^2 \varphi_2 + (v_2')^2 \sin^2 \varphi_2$$

$$(v_1')^2 = (v_1)^2 - 2v_1 v_2' \cdot \cos \varphi_2 + (v_2')^2$$

$$(v_2')^2 - 2v_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot (v_2') + [(v_1')^2 - (v_1)^2] = 0$$

$$(v_2')^2 - 2 \cdot 6 \cdot \cos(49,81^\circ) \cdot (v_2') + [6^2 - 4^2] = 0$$

$$(v_2')^2 - 8,944(v_2') + 20 = 0$$

$$(v_2)_{1,2} = \frac{8,944 \pm \sqrt{(8,944)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 20}}{2} = \frac{8,944}{2} = 4,472 \text{ m/s}$$

$$v_2' = 4,472 \text{ m/s}$$

izg:  $v_1' \cdot \sin \phi_1 = v_2' \cdot \sin \phi_2 \quad / : \sin$

$$\phi_1 = \arcsin \left[ \frac{v_2'}{v_1'} \cdot \sin \phi_2 \right]$$

$$\phi_1 = \arcsin \left[ \frac{4,472}{4} \cdot \sin(41,81^\circ) \right]$$

$$\phi_1 = 48,187^\circ$$

3.  $v = 0,56c$

$$d = 5,8 \text{ m}$$

$$h = 1,2 \text{ m}$$

$$d_o = ? \quad h_o = ?$$

$$d = d_o \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad / : \left( \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)$$

$$d_o = \frac{d}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{5,8 \text{ m}}{\sqrt{1 - \left( \frac{0,56c}{c} \right)^2}} = 7 \text{ m}$$

$$h_o = h = 1,2 \text{ m}$$

[4.]

$$T = 1\text{ s}$$

$$A = 0,2\text{ m}$$

$$x_1 = \frac{1}{2} A$$

$$v_1 = ?$$

ZOE:  $E_{\text{mech}} = K + U = \text{const.}$

$$E_{\text{mech}} = K_1 + U_1$$

$$\frac{m \cdot v_1^2}{2} + \frac{k \cdot x_1^2}{2}$$

iz A:

$$U_{\text{max}} = \frac{k \cdot A^2}{2}$$

$$\frac{k \cdot A^2}{2} = \frac{m \cdot v_1^2}{2} + \frac{k \cdot x_1^2}{2} / \cdot 2$$

$$m \cdot v_1^2 = k A^2 - k x_1^2 / : m / \sqrt{\quad}$$

$$v_1 = \sqrt{\left(\frac{k}{m}\right) \left(A^2 - \frac{1}{4} A^2\right)}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\pi^2}{T^2} \cdot \frac{3}{8} A^2}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{k}{m} = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

$$v_1 = \frac{\pi \cdot A}{T} \cdot \sqrt{3} = \frac{\pi \cdot 0,2\text{ m}}{1\text{ s}} \cdot \sqrt{3}$$

$$v_1 = 1,088 \text{ m/s}$$

[5.]

$$f = 4000 \text{ Hz}$$

$$\boxed{U_D = 0}$$

$$U_I = 0,6 U_Z$$

I se udaljava od D :  $\underline{\underline{U_I < 0}}$

$$f' = ?$$

$$f' = \frac{U_Z + U_D}{U_Z - U_I} \cdot f = \frac{U_Z}{U_Z + U_I} \cdot f = \frac{U_Z}{U_Z + 0,6U_Z} \cdot f = \frac{1}{1,6} f$$

$$\boxed{f' = 2500 \text{ Hz}}$$

[6.]

$$A_1 = A_2 = A = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

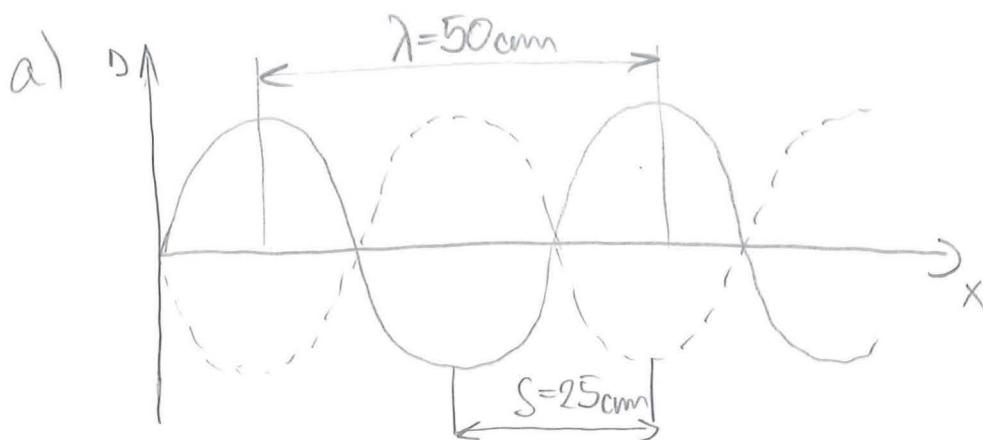
$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$$

$$U_1 = U_2 = U$$

$$S = 25 \text{ cm}$$

$$\text{a) } \Delta\ell = ?$$

$$\text{b) } A' = ?$$



$$\frac{\Delta\ell}{2\pi \text{ rad}} = \frac{S}{\lambda} \Rightarrow \boxed{\Delta\ell = 2\pi \text{ rad} \cdot \frac{25 \text{ cm}}{50 \text{ cm}} = \pi \text{ rad} = 180^\circ}$$

$$\text{b)} \quad \rho_1(x,t) = A_1 \cdot \sin(\omega_1 t - k_1 x + \varphi_{01})$$

$$\rho_2(x,t) = A_2 \cdot \sin(\omega_2 t - k_2 x + \varphi_{02})$$

$A_1 = A_2 = A \rightarrow$  iste amplitudne

$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda \Rightarrow k_1 = k_2 = k \rightarrow$  isti valni broj

$$v_1 = v_2 = v$$

$$v = \lambda \cdot f / \lambda$$

$f = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow f_1 = f_2 = f \Rightarrow T_1 = T_2 = T \Rightarrow \omega_1 = \omega_2 = \omega \rightarrow$  ista  
čuvena  
frekvencija

$$\rho_1(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx + \varphi_{01})$$

$$\rho_2(x,t) = A \cdot \sin(\omega t - kx + \varphi_{02})$$

$$\rho(x,t) = \rho_1(x,t) + \rho_2(x,t)$$

$$= A \cdot \underbrace{\sin(\omega t - kx + \varphi_{01})}_{\alpha} + A \cdot \underbrace{\sin(\omega t - kx + \varphi_{02})}_{\beta}$$

$$= A \cdot [\sin \alpha + \sin \beta]$$

$$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2 \underbrace{\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)}_{=?} \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \underbrace{=?}_{?}$$

$$\frac{\Delta\phi}{2} = \frac{1}{2} \left[ \omega t - kx + \phi_{01} + (\omega t - kx + \phi_{02}) \right] \\ = \frac{1}{2} [2\omega t - 2kx + \phi_{01} + \phi_{02}] \\ = \omega t - kx + \frac{\phi_{01} + \phi_{02}}{2} //$$

$$\frac{\Delta\phi}{2} = \frac{1}{2} \left[ \omega t - kx + \phi_{01} - (\omega t + kx - \phi_{02}) \right] \\ = \frac{1}{2} (\phi_{01} - \phi_{02}) \\ = \frac{\phi_{01} - \phi_{02}}{2} //$$

$$D(x,t) = 2A \cdot \sin \left[ \omega t - kx + \frac{\phi_{01} + \phi_{02}}{2} \right] \underbrace{\cos \left[ \frac{\phi_{01} - \phi_{02}}{2} \right]}_{= \cos \left[ -\left( \frac{\phi_{02} - \phi_{01}}{2} \right) \right]} = \cos \left( \frac{\phi_{02} - \phi_{01}}{2} \right) \\ = \cos \left( \frac{\Delta\phi_0}{2} \right)$$

$$D(x,t) = \underbrace{2A \cdot \cos \left( \frac{\Delta\phi_0}{2} \right)}_{A' = 2A \cdot \cos \left( \frac{\Delta\phi_0}{2} \right)} \cdot \sin \left( \omega t - kx + \frac{\phi_{01} + \phi_{02}}{2} \right)$$

$$A' = 2 \cdot 0,2 \text{ m} \cdot \cos \left( \frac{\pi}{2} \right)$$

$$A' = 0 \text{ m}$$

$\rightarrow$  destruktivna interferencija!

(valovi  $\eta_1(x,t)$  i  $\eta_2(x,t)$  su ne poništili superpozicijom)

# 1. KOLOKVIJ - GRUPA B

1.  $v_0 = 36 \text{ km/h} = 36 \cdot \frac{1000}{3600} \text{ m/s} = 10 \text{ m/s}$

$$t_1 = 2,3 \text{ s}$$

$$t_2 = 3,2 \text{ s}$$

$$D_2 = 1,7 D_1$$

a)  $a = ? \quad (a > 0)$

b)  $D(t=5s) = ?$

$$\left. \begin{array}{l} D_1 = D_0 + v_0 \cdot t_1 + a \cdot \frac{t_1^2}{2} \\ D_2 = D_0 + v_0 \cdot t_2 + a \cdot \frac{t_2^2}{2} \end{array} \right\}$$

$$D_2 = 1,7 D_1$$

$$D_0 + v_0 \cdot t_2 + a \cdot \frac{t_2^2}{2} = 1,7 \left( D_0 + v_0 \cdot t_1 + a \cdot \frac{t_1^2}{2} \right)$$

$$v_0 \cdot t_2 + a \cdot \frac{t_2^2}{2} = 1,7 \cdot v_0 \cdot t_1 + 0,85 a t_1^2$$

$$a (0,85 t_1^2 - 0,5 t_2^2) = v_0 (t_2 - 1,7 t_1) / (...)$$

$$a = v_0 \frac{(t_2 - 1,7 t_1)}{(0,85 t_1^2 - 0,5 t_2^2)}$$

$$a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{3,2 \text{ s} - 1,7 \cdot 2,3 \text{ s}}{0,85 \cdot (2,3 \text{ s})^2 - 0,5 \cdot (3,2 \text{ s})^2}$$

$$a = 11,387 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b)  $D(t_3=5s) = v_0 \cdot t_3 + a \cdot \frac{t_3^2}{2}$

$$= 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 5 \text{ s} + 11,387 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{(5 \text{ s})^2}{2}$$

$$D(t_3=5s) = 192,3375 \text{ m}$$

[2]

$$m_2 = 2m_1$$

$$v_1 = 4 \text{ m/s}$$

$$\varphi_1 = 30^\circ$$

$$v_1' = 3 \text{ m/s}$$

$$\underline{\quad \varphi_2 = ? \quad v_2' = ?}$$

ZOKG:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2'$$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cancel{\vec{v}_2} = m_1 \cdot \vec{v}_1' + m_2 \cdot \vec{v}_2' \\ 0$$

$$m_1 \cdot \vec{v}_1 = m_1 \cdot \vec{v}_1' + 2m_1 \vec{v}_2' \quad / : m_1$$

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_1' + 2\vec{v}_2'$$

$$v_1 = v_{1x} = v_{1x}' + 2v_{2x}$$

$$v_{1y} = v_{1y}' - 2v_{2y}$$

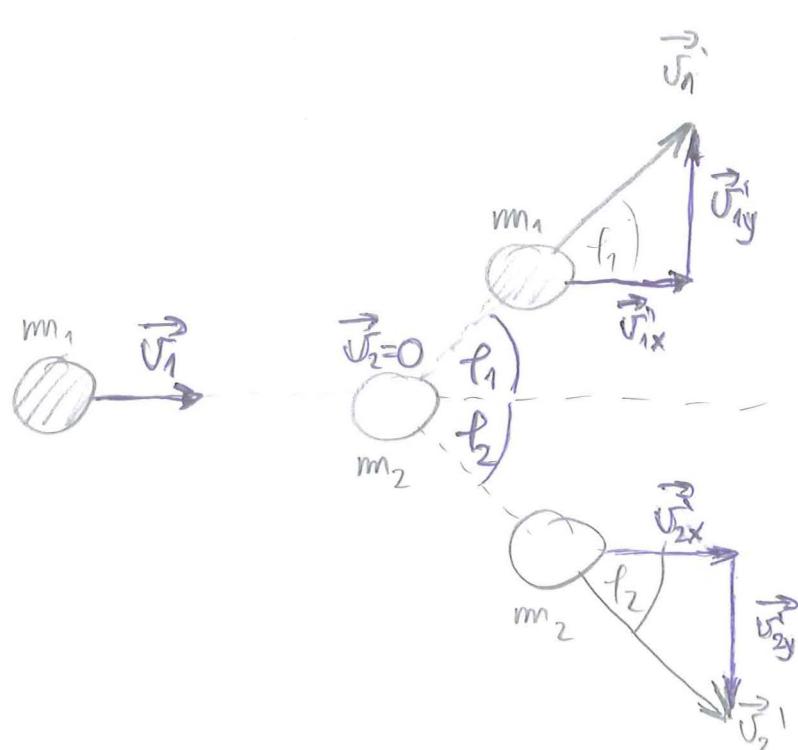
$$v_1 = v_1' \cos \varphi_1 + 2v_2' \cos \varphi_2 \rightarrow 2v_2' \cos \varphi_2 = v_1 - v_1' \cos \varphi_1 /^2$$

$$0 = v_1' \sin \varphi_1 - 2v_2' \sin \varphi_2 \rightarrow 2v_2' \sin \varphi_2 = v_1' \sin \varphi_1 /^2$$

$$+ \begin{cases} h(v_2')^2 \cdot \cos^2 \varphi_2 = (v_1)^2 - 2v_1 v_1' \cos \varphi_1 + (v_1')^2 \cos^2 \varphi_1 \\ h(v_2')^2 \cdot \sin^2 \varphi_2 = (v_1')^2 \sin^2 \varphi_1 \end{cases}$$

$$h(v_2')^2 = (v_1)^2 - 2v_1 v_1' \cos \varphi_1 + (v_1')^2 \quad / : h / \sqrt{ }$$

$$v_2' = \sqrt{\frac{(v_1)^2 - 2v_1 v_1' \cos \varphi_1 + (v_1')^2}{h}}$$



$$v_2' = \sqrt{\frac{4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cos 30^\circ + 3^2}{4}}$$

$$\boxed{v_2' = 1,026 \text{ m/s}}$$

iz:  $2v_2' \cdot \sin \varphi_2 = v_1' \cdot \sin \varphi_1 \quad / : 2v_2' / \sin$

$$\varphi_2 = \arcsin \left[ \frac{v_1'}{2v_2'} \cdot \sin \varphi_1 \right]$$

$$\varphi_2 = \arcsin \left[ \frac{3}{2 \cdot 1,026} \cdot \sin(30^\circ) \right]$$

$$\boxed{\varphi_2 = 46,969^\circ}$$

3.

$$\Delta t = 1,75 \Delta t_0$$

$$v = ?$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$1,75 \Delta t_0 = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad / \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\underline{1,75 = \frac{7}{4}}$$

$$\frac{7}{4} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1^2$$

$$\frac{49}{16} \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = 1$$

$$\frac{49}{16} - \frac{49v^2}{16c^2} = 1$$

$$\frac{49v^2}{16c^2} = \frac{49-16}{16}$$

$$\frac{49v^2}{16c^2} = \frac{33}{16} \quad | \cdot \frac{16c^2}{49}$$

$$v^2 = \frac{33}{49} c^2 \quad | \sqrt{\phantom{x}}$$

$$v = \sqrt{\frac{33}{49}} \cdot c$$

$$v = 0,8206c \approx 2,4618 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$T=1s$$

$$A=0,2 \text{ mm}$$

$$\frac{x_1 = \frac{1}{2} A}{v_1 = ?}$$

Jedn. gibanja JHO:  $x(t) = A \cdot \sin(\omega t - \varphi_x) \quad | \frac{d}{dt}$   
 $v(t) = A\omega \cdot \cos(\omega t - \varphi_x)$

$$x_1 = A \cdot \sin(\omega t - \varphi_x)$$

$$v_1 = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t - \varphi_x) \quad | : \omega$$

nepoznanice:  $t_1, k_1, v_1$

$$x_1 = A \cdot \sin(\omega t - \varphi_x) / 2$$

$$\frac{v_1}{\omega} = A \cdot \cos(\omega t - \varphi_x) / 2$$

$$x_1^2 = A^2 \cdot \sin^2(\omega t - \varphi) \quad |$$

$$\left(\frac{v_1}{\omega}\right)^2 = A^2 \cdot \cos^2(\omega t - \varphi) \quad |+$$

$$x_1^2 + \left(\frac{v_1}{\omega}\right)^2 = A^2 / \omega^2$$

$$v_n^2 = \omega^2 \left( A^2 - x_1^2 \right) / \sqrt{\quad}$$

$$v_n = \sqrt{\omega^2 \left( A^2 - x_1^2 \right)} \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v_n = \sqrt{\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \left( A^2 - \frac{1}{4}A^2 \right)}$$

$$v_n = \sqrt{\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{3}{4}A^2}$$

$$v_n = \frac{\pi A}{T} \sqrt{3} = \frac{\pi \cdot 0,2m}{1s} \cdot \sqrt{3} = 1,088 \text{ m/s}$$

5.

$$v_D = 0$$

$$v_I = 108 \text{ km/h} = 108 \cdot \frac{1000 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 30 \text{ m/s} \quad I \text{ se približava } D.$$

$$f = 10000 \text{ Hz}$$

$$v_Z = 340 \text{ m/s}$$

$$\underline{v_I > 0}$$

$\Rightarrow$  Očekujemo  $f' > f$ ?

$$f' = ?$$

$$f' = \frac{v_Z + v_D}{v_Z - v_I} \cdot f = \frac{v_Z}{v_Z - v_I} \cdot f = \frac{340 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}} \cdot 10000 \text{ Hz}$$

$$f' = 10967,74 \text{ Hz} \approx 11000 \text{ Hz}$$

[G]

$$\rho_1(x,t) = 10 \text{ cm} \cdot \sin\left(55^\circ \cdot t - \frac{1}{10} \text{ cm}^{-1} \cdot x\right)$$

$$x_1 = 15 \text{ cm}$$

$$\vec{A}(x_1) = 0 \text{ m} \rightarrow \text{čvor}$$

$$\rho_2(x_1, t) = ?$$

$$\rho_1(x,t) = 0,1 \text{ m} \cdot \sin\left(55^\circ \cdot t - \frac{1}{10} \text{ cm}^{-1} \cdot x\right)$$

$\rightarrow$  da rastaje stojni val, valovi  $\rho_1(x,t)$  i  $\rho_2(x,t)$  moraju imati jednake amplitude, kružne frekvencije i valne vektore:

$$A_1 = A_2 = A$$

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega$$

$$k_1 = k_2 = k$$

te moraju imati fazni pomak:  $\Delta\phi = \underline{\underline{\phi_2 - \phi_1}}$ , pa pretpostavljamo izgled vala  $\rho_2(x,t)$ :

$$\rho_2(x,t) = 0,1 \text{ m} \cdot \sin\left(55^\circ \cdot t + \frac{1}{10} \text{ cm}^{-1} \cdot x + \underline{\underline{\phi_2}}\right)$$

$\rightarrow$  bitno je da se val  $\rho_2(x,t)$  giba u suprotnom smjeru od  $\rho_1(x,t)$

$$\rho(x,t) = \rho_1(x,t) + \rho_2(x,t)$$

$$= A \cdot \underbrace{\sin(\omega t - kx + \phi_1)}_{\lambda} + A \cdot \underbrace{\sin(\omega t + kx + \phi_2)}_{\beta}$$

$$= A [\sin \lambda + \sin \beta]$$

$$\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2 \underbrace{\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)}_{=?} \cdot \underbrace{\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)}_{=?}$$

$$\begin{aligned}\frac{\alpha+\beta}{2} &= \frac{1}{2} [wt - \cancel{kx} + \cancel{f}_{01} + wt + \cancel{kx} + \cancel{f}_{02}] \\ &= \frac{1}{2} [2wt + \cancel{f}_{01} + \cancel{f}_{02}] \\ &= wt + \frac{\cancel{f}_{01} + \cancel{f}_{02}}{2} //\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\alpha-\beta}{2} &= \frac{1}{2} [wt - \cancel{kx} + \cancel{f}_{01} - wt - \cancel{kx} - \cancel{f}_{02}] \\ &= \frac{1}{2} [-2\cancel{kx} + \cancel{f}_{01} - \cancel{f}_{02}] \\ &= -\cancel{kx} + \frac{\cancel{f}_{01} - \cancel{f}_{02}}{2} //\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}v(x,t) &= 2 \cdot A \cdot \sin \left[ wt + \frac{\cancel{f}_{01} + \cancel{f}_{02}}{2} \right] \cdot \cos \left[ -\cancel{kx} + \frac{\cancel{f}_{01} - \cancel{f}_{02}}{2} \right] \\ &= \cos \left[ -\left( \cancel{kx} - \frac{\cancel{f}_{01} - \cancel{f}_{02}}{2} \right) \right] \\ &= \cos \left[ kx + \frac{f_{02}}{2} \right]\end{aligned}$$

$$v(x,t) = \underbrace{2A \cdot \cos \left[ kx + \frac{f_{02}}{2} \right]}_{\text{PROSTORNI DIO}} \cdot \underbrace{\sin \left[ wt + \frac{\cancel{f}_{01} + \cancel{f}_{02}}{2} \right]}_{\text{VREMENSKI DIO}}$$

$$A(x) = 2A \cdot \cos \left( kx + \frac{f_{02}}{2} \right)$$

$$0 = 2A \cdot \cos \left( kx_1 + \frac{f_{02}}{2} \right) / : 2A$$

$$\cos\left(kx_1 + \frac{\ell_{02}}{2}\right) = 0 \quad / \text{arc cos}$$

$$kx_1 + \frac{\ell_{02}}{2} = \underbrace{\arccos(0^\circ)}_{\frac{\pi}{2}}$$

$$\begin{aligned}\arccos(0^\circ) &= \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad n \in \mathbb{Z} \\ &= \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots\end{aligned}$$

$$kx_1 + \frac{\ell_{02}}{2} = \frac{\pi}{2} \quad / \cdot 2$$

$$\ell_{02} = 2 \cdot \left(\frac{\pi}{2} - kx_1\right)$$

$$\ell_{02} = \pi - 2kx_1$$

$$\ell_{02} = \pi - 2 \cdot \frac{1}{10} \text{ cm}^{-1} \cdot 15 \text{ cm}$$

$$\boxed{\ell_{02} = \pi - 2 \cdot 1,5 = (\pi - 3) \text{ rad} = 0,14 \text{ rad} = 8,113^\circ}$$

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ / 2\pi$$

$$1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$$