

KVANTNA MEHANIKA

Prvi kolokvij 18. 4. 2025.

ZADATAK 1 Izračunajte prosječnu vrijednost kinetičke energije za česticu u osnovnom stanju beskonačne potencijalne jame širine a .

ZADATAK 2 Čestica mase m giba se u antisimetričnom potencijalu oblika delta funkcije
$$V(x) = V_0 \delta(x+a) - V_0 \delta(x-a)$$

gdje je $V_0 > 0$. Nađite jednadžbu iz koje se energije vezanih stanja mogu numerički izračunati te pokažite da uvijek postoji jedno i samo jedno vezano stanje.

Uputa: nacrtajte i pogledajte postoji li rješenje za $ka \gg 1$ i $ka \ll 1$.

ZADATAK 3 Razmotrite sustav čije je početno stanje u $t = 0$ zadano pomoću potpunog i ortonormiranog skupa vektora $\{|\phi_1\rangle, |\phi_2\rangle, |\phi_3\rangle, |\phi_4\rangle\}$ izrazom:

$$|\psi(0)\rangle = \frac{A}{\sqrt{12}} \sqrt{2} |\phi_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}} |\phi_2\rangle + \frac{2}{\sqrt{12}} |\phi_3\rangle + \frac{1}{2} |\phi_4\rangle$$

gdje je A realna konstanta.

(a) Nađite A tako da ket $|\psi(0)\rangle$ bude normaliziran.

(b) Ako su energije koje odgovaraju stanjima $|\phi_1\rangle, |\phi_2\rangle, |\phi_3\rangle, |\phi_4\rangle$ jednake E_1, E_2, E_3 i E_4 respektivno, napišite stanje $|\psi(t)\rangle$ u nekom kasnijem trenutku t .

(c) Odredite vjerojatnost nalaženja sustava u trenutku t u stanju $|\phi_2\rangle$.

ZADATAK 4 (a) Lokalni potencijal opisan je operatorom W čiji je matrični element dijagonalan u koordinatnoj reprezentaciji $\langle x|W|x'\rangle = \delta(x-x')W(x)$. Kako glasi matrični element u impulsnoj reprezentaciji $\langle p|W|p'\rangle$?

(b) Izračunajte $\langle p|W|p'\rangle$ ako je $W(x) = -W_0 e^{-a|x|}$, $W_0 > 0$, $a > 0$.